Informationstexte zum Lernstandstest für CTA-Bewerber

Die nachfolgenden Informationstexte mit Übungsaufgaben bzw. Kontrollfragen sollen Ihnen zur Vorbereitung auf den Lernstandstest dienen, der voraussichtlich Anfang März 2010 durchgeführt wird. Die Texte enthalten Informationen zu folgenden Fächern bzw. Themen:

1. Mathematik: Faktorisieren, Bruchrechnung, Umstellen von Gleichungen

2. Physik: Größen und Einheiten

3. Anorganische Chemie: Säuren, Basen, Salze

Der Lernstandstest dient den Ausbildungslehrern der TBS1 als Orientierungshilfe bei der Ausgestaltung des Unterrichts, um optimal auf den Leistungsstand der neuen Auszubildenden eingehen zu können. Da es sich bei der CTA-Ausbildung um eine sehr anspruchsvolle Ausbildung handelt, die sowohl auf den Laborberuf, als auch auf ein Hochschul-Studium vorbereitet, wird von den Auszubildenden erwartet, dass sich diese ebenfalls optimal auf die Ausbildung vorbereiten. Zu dieser Vorbereitung gehört die intensive Bearbeitung der weiter unten aufgeführten Informationstexte.

Die Testergebnisse haben nicht die Funktion, Bewerber auszuwählen. Bei den Lernstandstests festgestellte Lücken müssen jedoch unbedingt von den neuen Auszubildenden bis zum Beginn der Ausbildung im Schuljahr 2010-2011 geschlossen werden.

1. Mathematik:

Bezeichnungen

Rechenart	Schreibweise	Bedeutung von a	Sprechweise	Bedeutung von b	Bedeutung von c
Addition	$a + b = c$	Summand	plus	Summand	Summe
Subtraktion	$a - b =c$	Minuend	minus	Subtrahend	Differenz
Multiplikation	$a\ b = c$	Faktor	mal	Faktor	Produkt
Division	$a : b = c$	Dividend	durch	Divisor	Quotient
	$\frac{a}{b} = c$	Zähler	durch	Nenner	Bruch
Potenzieren	$a^b = c$	Basis	a hoch b	Exponent	Potenzwert
Radizieren	$\sqrt{b,a} = c$	Radikand	b-te Wurzel aus a	Wurzelexponent	Wurzelwert
Logarithmieren	$\log_a b = c$	Basis	Logarithmus von b zur Basis a	Numerus	Logarithmus

Faktorisieren

Beim Auflösen von Klammern wurde eine Summe mit einem Term (z. B. 3 oder $4x^2$ oder mit $(3z-2)$) multipliziert, indem **jeder Summand** mit diesem Term multipliziert wurde.
Beim Faktorisieren passiert genau das Gegenteil, d. h. **jeder Summand** wird durch den gleichen Term dividiert.

Dazu verschiedene Beispiele:

Ausklammern eines gemeinsamen Faktors aus allen Summanden:

zerlegen Sie jeden einzelnen Summanden in Faktoren

$$15a^4x^2p - 3a^2x + 9p^2x^3a^2 = 3\cdot5\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot x\cdot x\cdot p - 3\cdot a\cdot a\cdot x + 3\cdot3\cdot p\cdot p\cdot x\cdot x\cdot x\cdot a\cdot a$$

nun wird nach gleichen Faktoren gesucht:

$$3\cdot5\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot x\cdot x\cdot p - 3\cdot a\cdot a\cdot x + 3\cdot3\cdot p\cdot p\cdot x\cdot x\cdot x\cdot a\cdot a$$

also kommt in jedem Summand $3aax = 3a^2x$ vor, dies bedeutet, dass man $3a^2x$ ausklammern kann, somit wird jeder Summand durch $3a^2x$ geteilt, d. h.:

$$3\cdot a\cdot a\cdot x\cdot\left(\frac{3\cdot5\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot x\cdot x\cdot p}{3\cdot a\cdot a\cdot x} - \frac{3\cdot a\cdot a\cdot x}{3\cdot a\cdot a\cdot x} + \frac{3\cdot3\cdot p\cdot p\cdot x\cdot x\cdot x\cdot a\cdot a}{3\cdot a\cdot a\cdot x}\right)$$

dann wird gekürzt

$$3\cdot a\cdot a\cdot x\cdot\left(\frac{\cancel{3}\cdot5\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot a\cdot a\cdot\cancel{x}\cdot x\cdot p}{\cancel{3}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{x}} - \frac{\overset{1}{\cancel{3}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{x}}}{\cancel{3}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{x}} + \frac{\cancel{3}\cdot3\cdot p\cdot p\cdot\cancel{x}\cdot x\cdot x\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}}{\cancel{3}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{x}}\right)$$

es ergibt sich also: $3a^2x\,(5a^2xp - 1 + 3p^2x^2)$

Da aus der Summe $15a^4x^2p - 3a^2x + 9p^2x^3a^2$

nun die Faktoren $3a^2x$ und $(5a^2xp - 1 + 3p^2x^2)$ entstanden sind, bezeichnet man

diesen Rechenvorgang als „faktorisieren“.

Rechnen in der Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$

Rationale Zahlen sind **Brüche** der Form $\frac{a}{b}$, wobei a und b ganze Zahlen sind und b nicht Null sein darf.

a heißt **Zähler**, b heißt **Nenner**, der Bruch heißt auch **Quotient** oder Verhältnis (Ratio, daher der Name rationale Zahlen) von Zähler und Nenner.

Der Zähler oder Nenner kann dabei auch ein „komplizierter" mathematischer Ausdruck sein (dieser wird Term genannt).
Für Brüche gelten die Vorzeichenregeln der Division ganzer Zahlen, also:

$\frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ oder $\frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

$\frac{-a}{+b} = -\frac{a}{b}$ oder $\frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b}$

Es gilt:

- sind **Zähler und Nenner gleich**, so ist das **Ergebnis** immer **1** = $\frac{a}{a}$

Beispiele: $\frac{a}{a} = 1$ oder $\frac{3x+2}{3x+2} = 1$ oder $\frac{5z^3 -2k +3}{5z^3 -2k +3} = 1$ oder
$1 = \frac{7}{7}$ oder $1 = \frac{v}{v}$

- ist der **Zähler Null** so ist der **Bruch Null** $\frac{\mathbf{0}}{a} = \mathbf{0}$

- jede Zahl oder jeder Term, oder jeder Buchstabe lässt sich als Bruch schreiben, wenn man für den **Nenner** die Zahl **1** einsetzt:

Beispiele $7 = \frac{7}{1}$ oder $m = \frac{m}{1}$ oder
$5k -2 = \frac{5k-2}{1} = \frac{5k}{1} - \frac{2}{1}$

- der **Bruchstrich ersetzt** im Zähler und im Nenner eine **Klammer** um eine Summe oder Differenz, d. h. die Klammer wird i. Allg. nicht geschrieben:

Beispiele: $\frac{3x+2}{5x+7} = \frac{(3x+2)}{(5x+7)} = \frac{3x}{(5x+7)} + \frac{2}{(5x+7)} = \frac{3x}{5x+7} + \frac{2}{5x+7}$

- bei dem **Kehrwert** eines Bruches sind Zähler und Nenner vertauscht:

Beispiele: der Kehrwert von $\frac{-7}{9}$ ist $\frac{-9}{7}$; der Kehrwert von $\frac{2x+5}{9k-3}$ ist $\frac{9k-3}{2x+5}$

Erweitern und Kürzen von Brüchen

Ein Bruch wird **erweitert**, indem man **Zähler und Nenner** mit derselben Zahl, oder demselben Term **multipliziert**. Diese Zahl bzw. dieser Term darf **nicht Null** sein. Der Wert des Bruches bleibt dabei erhalten.

Beispiele: $\frac{5k-2}{1} = \frac{(5k-2)\cdot 4}{1\cdot 4} = \frac{20k-8}{4}$ oder $\frac{m}{y} = \frac{m\cdot 3}{y\cdot 3} = \frac{3m}{3y}$ oder

$\frac{-7}{5} = \frac{-7\cdot 6}{5\cdot 6} = \frac{-42}{30}$ oder $\frac{3}{4} = \frac{-3m}{-4m} = \frac{15}{20} = \frac{6x^3+6ak}{8x^3+8ak}$

Ein Bruch wird gekürzt, indem man **Zähler und Nenner** durch dieselbe Zahl oder durch denselben Term **dividiert**. Dabei darf diese Zahl oder dieser Term **nicht Null** sein. Besteht der Zähler oder Nenner aus einer Summe oder Differenz, muss erst faktorisiert (d.h. ein gemeinsamer Faktor ausgeklammert) werden. Der Wert des Bruches bleibt dabei erhalten.

Beispiele: $-\frac{21}{27} = \frac{-7}{9}$ oder $\frac{3ah}{5ahx} = \frac{3}{5x}$ oder

$\frac{8bz-8yz}{24zb-24yz} = \frac{8z\cdot(b-y)}{24z\cdot(b-y)} = \frac{1}{3}$ oder

$\frac{36x^2-24ax+4a\,x^2}{36x^2-4a\,x^2} = \frac{(6x-2a)(6x-2a)}{(6x-2a)(6x+2a)} = \frac{6x-2a}{6x+2a}$

Multiplizieren von Brüchen

Zwei oder mehrere Brüche werden multipliziert, indem man die Zähler miteinander multipliziert und die Nenner miteinander multipliziert.

Beispiele: $\left(\frac{-7}{9}\right)\cdot\left(\frac{-7}{9}\right)\cdot\left(\frac{-7}{9}\right) = \frac{(-7)\cdot(-7)\cdot(-7)}{9\cdot 9\cdot 9} = -\frac{343}{729}$

$5\cdot\frac{3x}{16} = \frac{5}{1}\cdot\frac{3x}{16} = \frac{5\cdot 3x}{1\cdot 16} = \frac{15x}{16}$

$(4p-3v)\cdot\frac{3x}{16} = \frac{(4p-3v)}{1}\cdot\frac{3x}{16} = \frac{(4p-3v)\cdot 3x}{1\cdot 16} = \frac{12px-9vx}{16}$

$\frac{7y-3v}{7y+6v}\cdot\frac{3y-2}{y+v} = \frac{(7y-3v)\cdot(3y-2)}{(7y+6v)\cdot(y+v)} = \frac{21y^2-14y-9vy-6v}{7y^2+13vy+6v^2}$

Dividieren von Brüchen

Zwei Brüche werden dividiert, indem man den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert (der Nenner darf dabei nicht Null werden)

Beispiele: $\frac{12}{25} : \frac{4}{5} = \frac{12}{25} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3}{5}$

$$\frac{x^2 - 9}{y^2 - 16} : \frac{x + 3}{y - 4} = \frac{\frac{x^2 - 9}{y^2 - 16}}{\frac{x + 3}{y - 4}} = \frac{x^2 - 9}{y^2 - 16} \cdot \frac{y - 4}{x + 3} = \frac{(x + 3)(x - 3)}{(y + 4)(y - 4)} \cdot \frac{(y - 4)}{(x + 3)} = \frac{x - 3}{y + 4}$$

Addition und Subtraktion von Brüchen

Brüche können nur **addiert** oder **subtrahiert** werden, wenn sie alle den gleichen Nenner haben, sie heißen dann **gleichnamig**. Haben sie verschiedene Nenner heißen Sie ungleichnamig. Bevor diese Brüche addiert oder subtrahiert werden Können müssen sie durch Erweitern erst alle einen gemeinsamen Nenner gebracht werden. Dazu bestimmt man durch Faktorisieren das **kgV** (kleinstes gemeinsames Vielfaches) der Nenner.

Regeln für das Umstellen von Gleichungen

1. Beide Seiten der Gleichung dürfen vertauscht werden:

Beispiel: $5x - 27 = 7x - 15 \Leftrightarrow 7x - 15 = 5x - 27$

2. Auf **beiden Seiten** der Gleichung darf die gleiche Zahl, der gleiche Buchstabe oder der gleiche Term addiert oder subtrahiert werden:

Beispiele: $5x - 27 = 7x - 15 \Leftrightarrow 5x - 27 \mathbf{- 5x} = 7x - 15 \mathbf{- 5x} \Leftrightarrow -27 = 2x - 15$
$\Leftrightarrow -27 \mathbf{+ 15} = 2x - 15 \mathbf{+ 15} \Leftrightarrow -12 = 2x$

3. **Beide Seiten** der Gleichung dürfen mit der **gleichen** Zahl oder dem gleichen Term **multipliziert** werden, wenn der Term nicht Null ist. Dabei muss **jeder Summand** multipliziert werden:

Beispiel: $0{,}4x - 7 = 3x + 6 \Leftrightarrow (0{,}4x - 7) \cdot \mathbf{5} = (3x + 6) \cdot \mathbf{5}$

$\Leftrightarrow 0{,}4x \cdot \mathbf{5} - 7 \cdot \mathbf{5} = 3x \cdot \mathbf{5} + 6 \cdot \mathbf{5} \Leftrightarrow 2x - 35 = 15x + 30$

4. **Beide Seiten** der Gleichung dürfen durch die **gleiche** Zahl oder den gleichen Term **dividiert** werden, wenn diese Zahl oder dieser Term nicht Null ist. Dabei muss **jeder Summand** geteilt werden:

Beispiel: $-12 = 2x \Leftrightarrow -12 \mathbf{: 2} = 2x \mathbf{: 2} \Leftrightarrow -6 = x \Leftrightarrow x = -6$

$15x + 6x - 12 = 3x + 18 \Leftrightarrow (15x + 6x - 12) : 3 = (3x + 18) : 3$
$\Leftrightarrow \frac{(15x + 6x - 12)}{\mathbf{3}} = \frac{(3x + 18)}{\mathbf{3}} \Leftrightarrow \frac{15x}{\mathbf{3}} + \frac{6x}{\mathbf{3}} - \frac{12}{\mathbf{3}} = \frac{3x}{\mathbf{3}} + \frac{18}{\mathbf{3}}$
$\Leftrightarrow 5x + 2x - 4 = x + 6$
$\Leftrightarrow 5x + 2x - 4 - x = x + 6 - x \Leftrightarrow 6x - 4 = 6 \Leftrightarrow 6x - 4 + 4 = 6 + 4$
$\Leftrightarrow 6x = 10 \Leftrightarrow 6x : 6 = 10 : 6 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

5. Alle Terme, die die gesuchte Größe oder die Variable x enthalten werden sortiert und mit Hilfe obiger Regeln auf eine Seite der Gleichung gebracht und so weit wie möglich zusammengefasst, alle anderen Terme werden auf die andere Seite der Gleichung gebracht

Beispiel:	$2a(x - 2a) = b(x - 4a + b)$	Klammer auflösen
	$\mathbf{2ax} - 4a^2 = \mathbf{bx} - 4ab + b^2$	sortieren
	$\mathbf{2ax} - \mathbf{bx} = 4a^2 - 4ab + b^2$	faktorisieren
	$x \cdot (2a - b) = (2a - b)^2$	dividieren, Bedingung $2a \neq b$
	$x = 2a - b$	

6. Kommt die gesuchte Größe im Nenner einer Gleichung vor, so wird zuerst untersucht, für welche Zahlen der Nenner Null werden kann und diese Zahlen dann ausgeschlossen. Dann wird die Gleichung auf beiden Seiten mit dem Hauptnenner multipliziert und die Brüche werden gekürzt. Danach wird wie in Regel 5 vorgegangen.

Beispiel:1. $\frac{3x - 6}{x + 2} = \frac{3x - 4}{x - 2} - \frac{7x + 8}{x^2 - 4}$

$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ und $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$
also darf x die Werte 2 und -2 nicht annehmen

Hauptnenner $(x - 2) \cdot (x + 2) = (x^2 - 4)$

$$\frac{(3x - 6)(x - 2)(x + 2)}{(x + 2)} = \frac{(3x - 4)\,(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)} - \frac{(7x + 8)\,(x - 2)(x + 2)}{(x^2 - 4)}$$

$(3x - 6)(x - 2) = (3x - 4)(x + 2) - (7x + 8)$

$3x^2 - 6x - 6x + 12 = 3x^2 + 6x - 4x - 8 - 7x - 8$

$3x^2 - 12x + 12 = 3x^2 - 5x - 16$

$28 = 7x \Leftrightarrow 4 = x \Leftrightarrow x = 4$

2. geg.: $I = \frac{U}{R + \frac{R}{n}}$ ges.: R

$$I \cdot (R + \frac{R}{n}) = U \Leftrightarrow I\,R \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) = U \Leftrightarrow R = \frac{U}{I\left(1 + \frac{1}{n}\right)}$$

Übungsaufgaben Faktorisieren:

1. Multiplizieren Sie, fassen Sie zusammen und ordnen Sie nach Potenzen

a) $(2x - y)(3m - n) - (2x - y)(m + 3n)$

b) $(5a - 2b)(3a + b)(b - 3a) - (b - 3a)^2$

c) $(9x^2 + 5y)(2y - 7x) + (3x + 2y)(x^2 - y)$

c) $[(4z - 1)(1 + z) - (1 - z)(1 + 4z)]2(2z - 1)$

d) $(1 - 4m)^2 (3m + 1)^2 - (m + 1)^2(1 - 2m)^2$

e) $(-7b-3b^2c)(-bc+4c) - (b^2c+c)(3c-2bc)$

2. Dividieren Sie die Summen und überprüfen Sie Ihre Ergebnisse, indem Sie die Variablen folgende Werte einsetzen: $a = 3$, $b = 4$, $x = 5$, $y = 2$

a) $(15a^2 + 18a) : 3a$

b) $(21x^3 - 14y^2) : 7y$

c) $(2x^4 - 3x^3 + 8x^2) : 2x^2$

c) $(-27ab^2 + 15a^2b) : (-3ab)$

d) $(-18x^3y^2 - 14x^2y^3) : (-2x^2y^2)$

3. Vergleichen Sie die Terme:

a) $12a + 16b : 4$ mit $(12a + 16b) : 4$

b) $(30x - 24y): 6$ mit $30x - 24y : 6$

c) $20a^2 - 15ab :5a$ mit $(20a^2 - 15ab) :5a$

d) $(21xy^2 + 9x^2y - 3yx) : (-3xy)$ mit $21xy^2 + 9x^2y - 3yx : (-3xy)$

4. Zerlegen Sie in Faktoren und überprüfen Sie sich, indem Sie Ihr Ergebnis ausmultiplizieren:

a) $8x^4 + 16x^3$

b) $64a^2c^3 - 56a^3c^2$

c) $45a^2y^2 - 63a^2y^3 + 36a^3y^2$

d) $-125z^3bx + 25z^2b^2x^2 - 5xzb$

e) $0{,}6ab^3c^2 + 0{,}6ac^2 - 1{,}2a^2c^2b$

f) $18x^2y + 10y^2 - 63x^3 - 35xy$

g) $12an^3 - 8n^3x - 6a^2nx + 4anx^2$

h) $4a - 2 + 2a^5 - a^4$

i) $4 - a^2$

k) $9b^2 - 16c^2$

l) $5a^2 - 80$

m) $4k^2 + 12ak + 3a^2$

n) $36b^2 - 12b + 1$

o) $5z^2 - 5$

p) $7 - 56m + 112m^2$

q) $75x^4 - 90x^2z + 27z^2$

r) $2an^2 + 40ax^2 - 18an$

Übungsaufgaben Bruchrechnung

1.

Erweitern Sie	$\frac{2}{3}$	$\frac{-3}{8}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{2a}{3b}$	$\frac{p}{6q}$	$\frac{5u}{8w^3}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{4r}{5s}$	$\frac{x-y}{x-z}$	$\frac{5a-2b}{5a+2b}$
mit	5	6	-2	p	b	$3q^2$	$4w^3$	$x+5$	$r-s$	-1	$5a+2b$

2.

Bringen Sie	$\frac{3}{4}$	$\frac{-p}{q}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{a}{a+2}$	$\frac{u+w}{w}$	$\frac{3(z+2)}{y(z-2)}$	$\frac{5x-5}{3x+3}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{5a-2b}{5a+2b}$
auf den Nenner	84	q^2	y^3	$3a+6$	u^2+w	$y^3(z-2)^2$	$6x^2-6$	$20(x+5)$	$25a^2-4b^2$

3. Kürzen Sie:

a) $\frac{3(z+2)}{y(z+2)}$ b) $\frac{15(z+y)}{5(z+y)}$ c) $\frac{6(a+b)}{3(a+b)^2}$ d) $\frac{4(2k+3m)^2}{8(2k+3m)}$

e) $\frac{42x(w+1)^2}{56x^3(w+1)}$ f) $\frac{k^5(p-1)^2(p+1)^3}{k^2(1-p)^4(1+p)^2}$ g) $\frac{axy(x+y-1)}{ax(y+x-1)(y-1)}$

4. Zerlegen Sie Zähler und Nenner in Faktoren und kürzen Sie:

a) $\frac{15z+15y}{10z+10y}$ b) $\frac{3a-3b}{4a-4b}$ c) $\frac{8u-4v}{8v-16u}$ d) $\frac{3k^2-5k}{5s-3ks}$

e) $\frac{9w+12r}{9w^2-16r^3}$ f) $\frac{4x^3-24x^2+36x}{12x^3-108x}$ g) $\frac{6ax+3xb-2a-b}{3axb-ab+6a^2x-2a^2}$

5. Multiplizieren Sie und kürzen Sie anschließend:

a) $\frac{3a}{4b}\cdot\frac{8}{9a}$ b) $\frac{4ax}{5b}\cdot\frac{25bc}{32a}$ c) $\frac{3a^2z}{8st}\cdot\frac{8s^2t^2}{az}$ d) $\left(-\frac{3a}{4b}\right)^2$

e) $\left(\frac{3}{5x}-\frac{2}{5y}\right)\cdot\frac{5xy}{12}$ f) $\frac{5x+5y}{6x-6y}\cdot\frac{18(x-y)^2}{25(x+y)^2}$ g) $\left(\frac{x}{2}+\frac{2y}{3}\right)\left(\frac{x}{2}-\frac{2y}{3}\right)$

6. Dividieren Sie:

a) $8mp : \frac{2m}{a}$ b) $\frac{7a^2z}{9wt} : \frac{14az^2}{27w^2t}$ c) $(k^2-g^2) : \frac{k-g}{k+g}$

d) $\frac{3m^2-3r^2}{2r+2m} : \frac{6m-6r}{4m^2-4r^2}$ e) $\frac{2k^2+4k+2}{4k^2-16} : \frac{k^2+2k+1}{k^2-4k+4}$ f) $\left(\frac{3}{4z}+\frac{1}{4v}\right) : \frac{9}{4vz}$

7. $\frac{3x+5}{3x-6}-\frac{2x-1}{2x+4}-\frac{6x+2}{x^2-4}$ 8. $\frac{1}{8-4x}-\frac{x+5}{16-4x^2}-\frac{1}{8}+\frac{x}{16+8x}$

9. $\frac{3x-1}{x+1}-\frac{x+9}{2(1-x)}-\frac{2(x+3)}{x^2-1}-3\frac{1}{2}$ 10. $\frac{1}{u-v}-\frac{1}{u+v}$

Übungsaufgaben Umstellen von Gleichungen:

Stellen Sie folgende Formeln nach allen Größen um:

1. $v = v_0 - gt$
2. $l = l_0(1 + \alpha \, \Delta\vartheta)$
3. $Q = cm(\vartheta_2 - \vartheta_1)$
4. $U = R \, I$
5. $s = \frac{1}{2} a \, t^2 + vt$
6. $E = \frac{1}{2} m \, v^2$
7. $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
8. $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

Berechnen Sie x:

9. $4a(x + 1) = 2a(x + a) + 6a$
10. $3(5x + 2a + b) = 2(7x + 3a + 2b - 1)$
11. $ax - 5a = a^2 - 3x + 6$
12. $\frac{x - 7}{15} - \frac{5x + 1}{18} = \frac{3x - 1}{6}$
13. $\frac{4x + 5}{5} - \frac{x - 1}{2} = \frac{8x + 9}{10} - \frac{2x - 3}{4}$
14. $\frac{x - 1}{x + 3} = \frac{x + 3}{x - 9}$
15. $\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2 - 6x + 9} + \frac{5}{x^2 - 3x}$
16. $\frac{a + x}{a + b} + \frac{a - x}{a - b} = 2$

Lösungen:

1a) $4mx - 8nx - 2my + 4ny$,

b) $-45a^3 - 2b^3 - 3a^2 - b^2 + 18a^2b + 5ab^3$

c) $-60x^3 - 2y^3 + 20x^2y + 10y^2 - 38xy$

d) $32z^3 - 16z^2 - 8z + 4$; e) $140m^4 + 20m^3 - 20m^2$

f) $5b^3c^2 - 15b^2c^2 + 7b^2c + 2bc^2 - 3c^2 - 28bc$

2a) $5a+6$, 21 ; b) $3\frac{x^3}{y} - 2y$, $183{,}5$;

c) $x^2 - \frac{3}{2}x + 4$, $21\frac{1}{2}$; d) $9b - 5a$; 21 ; e) $9x + 7y$; 59

3a) $12a + 4b$ b) $5x - 4y$ c) $20a^2 - 3b$ d) $-7x - 3x + 1$

$3a + 4b$ $30x - 4y$ $4a - 3b$ $21xy^2 + 9x^2y + 1$

4a) $8x^3(x+2)$; b) $8a^2c^2(8c - 7a)$; c) $9a^2y^2(5 - 7y + 6a)$

d) $-5xzb(25z^2 - 5bxz + 1)$; e) $0{,}6ac^2(b^3 + 1 - 2ab)$

f) $(9x^2 + 5y)(2y - 7x)$; g) $2n(3a - 2x)(2n^2 - ax)$

h) $(2a - 1)(2 + a^4)$; i) $(2 + a)(2 - a)$; K) $(3b + 4c)(3b - 4c)$

l) $5(a-4)(a+4)$; m) $4k^2 + 12ak + 3a^2$; n) $(6b - 1)^2$

o) $5(z+1)(z-1)$; p) $7(1 - 4m)^2$; q) $3(5x^2 - 3z)^2$

r) $2a(n - 5x)(n + 4x)$

zur Bruchrechnung:

1) $\frac{10}{15}$ | $\frac{-18}{48}$ | $\frac{-8}{-14}$ | $\frac{5p}{8p}$ | $\frac{2ab}{3b^2}$ | $\frac{3pq^2}{6q^3}$ | $\frac{20nw^3}{32w^6}$ | $\frac{7x+35}{10x+50}$ |

$\frac{4r^2 - 4rs}{5rs - 5s^2}$ | $\frac{y - x}{z - x}$ | $\frac{25a^2 - 4b^2}{25a^2 + 20ab + 4b^2}$

2) $\frac{63}{84}$ | $-\frac{pq}{q^2}$ | $\frac{xy^2}{y^3}$ | $\frac{3a}{3a+6}$ | $\frac{(n+w)^2}{w(n+w)}$ | $\frac{3y^2z^2 - 12y^2}{y^3(z-2)^2}$ |

$\frac{10x^2 - 20x + 10}{6(x^2-1)}$ | $\frac{14x + 70}{20(x+5)}$ | $\frac{25a^2 - 20ab + 4b^2}{25a^2 - 4b^2}$

3) a) $\frac{3}{y}$; b) 3 ; c) $\frac{2}{a+b}$; d) $\frac{2k + 3m}{2}$; e) $\frac{3w + 3}{4x^2}$

Lösungen zur Bruchrechnung

3f) $\frac{k^3 p + k^3}{(p+1)^2}$ | g) $\frac{y}{y-1}$

4a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $-\frac{1}{2}$; d) $-\frac{k}{5}$, e) $\frac{3}{3w-4r}$

f) $\frac{x-3}{x+3}$; g) $\frac{1}{a}$

5a) $\frac{2}{3b}$; b) $\frac{5cx}{8}$; c) $3ast$; d) $\frac{9a^2}{16b^2}$; e) $\frac{y}{4} - \frac{x}{6}$

f) $\frac{3x-3y}{5x+5y}$ g) $\frac{x^2}{4} - \frac{4y^2}{9}$

6a) $4pa$; b) $\frac{3aw}{2z}$; c) $(k+g)^2$; d) $m^2 - r^2$

e) $\frac{k-2}{2k+4}$; f) $\frac{v}{3} + \frac{z}{9}$

7) $\frac{1}{6(x-2)}$; 8) $\frac{x-5}{4(4-x^2)}$, 9) $\frac{3-x}{x^2-1}$; 10) $\frac{2v}{u^2-v^2}$

Lösungen Gleichungen

1) $v_0 = v + gt$; $t = \frac{v_0 - v}{g}$; $g = \frac{v_0 - v}{t}$

2) $l_0 = \frac{l}{1 + \alpha \Delta\vartheta}$; $\alpha = \frac{l - l_0}{l_0 \Delta\vartheta}$; $\Delta\vartheta = \frac{l - l_0}{l_0 \alpha}$

3) $c = \frac{Q}{m(\vartheta_2 - \vartheta_1)}$; $m = \frac{Q}{c(\vartheta_2 - \vartheta_1)}$; $\vartheta_2 = \frac{Q}{cm} + \vartheta_1$, $\vartheta_1 = \vartheta_2 - \frac{Q}{cm}$

4) $R = \frac{U}{I}$; $I = \frac{U}{R}$

5) $a = \frac{2s - vt}{t^2}$; $v = \frac{s}{t} - \frac{1}{2}at$; $t = \frac{v}{a} \pm \sqrt{\frac{v^2}{a^2} + \frac{2s}{a}}$

6) $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$; $m = \frac{2E}{v^2}$

7) $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$; $R_1 = \frac{R R_2}{R_2 - R}$; $R_2 = \frac{R R_1}{R_1 - R}$

8) $g = \frac{b\,f}{b-f}$; $f = \frac{b\,g}{b+g}$; $b = \frac{f\,g}{g-f}$

9) $a+1$, $a \neq 0$; 10) $b-2$;

11) $a+2$; $a \neq -3$; 12) $-\frac{1}{2}$;

13) keine Lösung $(33 \neq 30)$

14) $x = 0$; $x \neq -3$; $x \neq 9$

15) $x = -6$; $x \neq 0$; $x \neq 3$

16) $x = b$; $a \neq -b$, $a \neq b$, $b \neq 0$

2. Physik: Größen und Einheiten

Nach dem Bundesgesetzblatt und den EU- Gesetzen werden für die Wissenschaft und Technik die folgenden Maßsysteme als verbindlich festgelegt:

Basisgröße	**physikalisches Kurzzeichen**	**Basiseinheit**	**Kurzzeichen der Einheit**
Länge	[s]	Meter	m
Masse	[m]	Kilogramm	kg
Zeit	[t]	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	[I]	<u>Ampere</u>	A
Thermodynamische Temperatur	[T]; [ϑ]	Kelvin Celsius	K ℃
Lichtstärke	[I_v]	Candela	cd
Stoffmenge	[n]	Mol	mol

Bei einer physikalischen Größenangabe ist immer das folgende Schema anzuwenden. <u>*physikalische Kurzzeichen*</u>, der <u>*Größenwert*</u> (Messwert) und die <u>*Einheit*</u> erforderlich:

z.B.: **Die Strecke hat eine Länge von 5 Kilometern**; **s = 5 km**

Aus diesen **Basiseinheiten** können dann alle weiteren Größen abgeleitet werden, dies sind die „abgeleiteten Einheiten“. Betrachten wir dieses am Beispiel der Länge:

Aus der <u>**Länge**</u> kann man die <u>**Fläche**</u> ableiten:
[*Fläche* = Länge * Breite oder **A = s * s**]

Oder als zweites Beispiel:
Geschwindigkeit = Strecke dividiert durch Zeit oder: $\mathbf{v = s{*}t^{-1}}$

Wahl der geeigneten Maßeinheit
Die Maßzahlen physikalischer Größen können sehr groß oder auch sehr klein sein. So beträgt die mittlere Entfernung Erde- Mond 384.000.000m und die Atomabstände in Atomgittern liegen in der Größenordnung von 0,000.000.000.001m. So beeindruckend die Zahlen sind, so unübersichtlich sind sie. Deshalb hat es sich in der Physik und Technik eingebürgert Maßzahlen mit Vorsilben übersichtlicher darzustellen. Hierzu hat man die Vorsilben bzw. Abkürzungen für das SI- Einheitensystem verbindlich festgelegt:

Mithilfe dieser Tabelle können wir nun die Entfernung Erde- Mond statt mit 384.000.000m auch als 384.000 km oder als 384 Mm angeben. Ebenso wird aus 0,000.000.000.001m dann $1{*}10^{-12}$m oder 1 pm.

Vorsilbe	**Abkürzung**	**Vielfaches der Einheit**	**Beispiel**
Tera-	T	10^{12}	TW = Terawatt = 10^{12} W
Giga-	G	10^{9}	Gm = Gigameter = 10^{9} m
Mega-	M	10^{6}	MJ = Megajoule = 10^{6} J
Kilo-	k	10^{3}	km = Kilometer = 10^{3} m
Hekto-	h	10^{2}	hl = Hektoliter = 10^{2} l
Deka-	da	10^{1}	daN = Dekanewton = 10 N
Dezi-	d	10^{-1}	dm = Dezimeter = 10^{-1} m
Zenti-	c	10^{-2}	cl = Zentiliter = 10^{-2} l
Milli-	m	10^{-3}	mV = Millivolt = 10^{-3} V
Mikro-	µ	10^{-6}	µm = Mikrometer = 10^{-6} m
Nano-	n	10^{-9}	ns = Nanosekunde = 10^{-9} s
Pico-	p	10^{-12}	pF = Picofarad = 10^{-12}F
Femto-	f	10^{-15}	fm = Femtometer = 10^{-15}m

Rechnen Sie um:

1. 1 GHz in MHz:
2. 1 g in ng:
3. 25 m in pm:
4. 200 pm in nm:
5. 50 MJ in kJ:
6. 75 µL in mL:

Lösung:

1. 1000 MHz
2. 10^9 ng
3. $25 \cdot 10^{12}$ pm
4. 0,2 nm
5. 50.000 kJ
6. 0,075 mL

Basisgrößen/ Grundlagen Bewegungslehre Übungsblatt!

Definieren Sie die nachfolgenden physikalischen Größen:

Strecke: ____

____

Masse: ____

____

Zeit: ____

____

Temperatur: ____

____

Bewegungslehre

Definitionen

Geschwindigkeit: ____

____

____

____

Abgeleitete-/ Basisgrößen? ____

Welche Größen müssen bestimmt werden um die Geschwindigkeit zu errechnen?

____-________

____

3. Anorganische Chemie:

Säuren und Basen

Säuren und Basen spielen nicht nur im Alltag eine wichtige Rolle, sondern bilden auch zwei der wichtigsten Stoffklassen im chemischen Labor. Aus dem Alltag bekannt sind z. B. Kohlensäure (H_2CO_3) im Sprudel, Phosphorsäure (H_3PO_4) in der Cola und Schwefelsäure (H_2SO_4) in der Autobatterie.

Basen finden Anwendung im Bereich der Putz- und Reinigungsmittel. So enthält Rohrreiniger Natriumhydroxid (NaOH), das mit Wasser die stark basische Natronlauge bildet; Rückstände im Backofen kann man mit dem ebenfalls stark basisch wirkenden Kaliumhydroxid (KOH) beseitigen.

Säuren und Basen haben neben ihrem sauren bzw. bitteren Geschmack noch weitere charakteristische gemeinsame Eigenschaften:
Säuren wirken ätzend, sie reagieren mit unedlen Metallen wie Magnesium (Mg) unter Bildung von Wasserstoffgas (H_2), und bei ihrer Reaktion mit Marmor ($CaCO_3$) entsteht Kohlenstoffdioxid (CO_2). Basen sind ebenfalls ätzend, fühlen sich auf der Haut seifig an und reagieren mit Ölen, Fetten, Haaren oder anderen organischen Stoffen.

Zum Nachweis von Säuren und Basen gibt es verschiedene Indikatoren (Anzeiger). Dies sind Farbstoffe, die saure und alkalische Lösungen unterschiedlich färben. So zeigt ein häufig verwendeter Universalindikator eine saure Lösung rot, eine basische (alkalische) Lösung blau und eine neutrale Lösung gelb-grün an. Eine weitere Möglichkeit zur Identifizierung ist das Messen des pH-Wertes. Säuren haben einen pH-Wert kleiner als 7, alkalische Lösungen haben einen pH größer als 7, neutrale Lösungen haben den pH-Wert gleich 7.

Eine Erklärung der charakteristischen Eigenschaften von Säuren und Basen ist die Theorie von Arrhenius. Sie besagt, dass Säuren in wässriger Lösung Wasserstoff-Ionen (H^+) und Basen Hydroxid-Ionen (OH^-) bilden. Die Reaktion von einer Säure mit einer Base nennt man Neutralisation. Nach Arrhenius reagieren dabei die Wasserstoff-Ionen aus der Säure mit den Hydroxid-Ionen aus der Base zu Wasser (H_2O).

Die im Labor häufig verwendete Salzsäure entsteht durch Einleiten von Chlorwasserstoff-Gas (HCl) in Wasser (in der Reaktionsgleichung mit „aq“ gekennzeichnet). Dabei dissoziiert (zerfällt) Chlorwasserstoff in die säuretypischen H^+-Ionen und Cl^--Ionen (Säurerestionen): $HCl\ (aq) \rightleftharpoons H^+\ (aq) + Cl^-\ (aq)$. Die entstandene Salzsäure kann mit Natronlauge neutralisiert werden. Natronlauge ist einer Lösung von festem, weißem Natriumhydroxid in Wasser:
$NaOH\ (aq) \rightleftharpoons Na^+\ (aq) + OH^-\ (aq)$

Bei der Neutralisation reagieren Hydroxid- und Wasserstoff-Ionen zu Wasser. Aus dem Säurerestion und dem Restion der Base entsteht außerdem das Salz Natriumchlorid (NaCl) – allerdings im Wasser in Form von Ionen gelöst.

$$\mathbf{H^+\ (aq)} + Cl^-\ (aq) + Na^+\ (aq) + \mathbf{OH^-\ (aq)} \rightleftharpoons \mathbf{H_2O} + Na^+\ (aq) + Cl^-\ (aq)$$

Nomenklatur von Säuren, Hydroxiden und Salzen

Für chemische Verbindungen existieren häufig verschiedene Bezeichnungen. Neben den gebräuchlichen Namen (Trivialnamen) dienen systematische Namen, die nach internationalen Standards festgelegt sind (IUPAC), der weltweiten Vereinheitlichung der Bezeichnungen. Im Folgenden sind ausgewählte Nomenklaturregeln für Säuren, Hydroxide und Salze aufgelistet:

- Wässrige Lösungen von **binären** (aus zwei Atomsorten bestehend) **Verbindungen**, die saure Eigenschaften haben, werden durch das Anhängen der Endung –*säure* an den Namen der Verbindung gebildet (Tabelle Nr. 1 und 2).
- **Ternäre Säuren** (aus drei Elementen bestehend) können mit verkürzten systematischen Namen benannte werden: An den deutschen Namen des Zentralatoms wird die Endung –*säure* angehängt gefolgt von der Oxidationszahl des Zentralatoms (Tabelle Nr. 3 bis 9).
- Die Säurerestionen (Anionen) von ternären Säuren werden aus dem lateinischen Namen des Zentralatoms und der Endung –*at* gefolgt von der Oxidationszahl des Zentralatoms gebildet. Gebräuchlichen historischen Namen erhalten die Anionen von Säuren mit –*ige* die Endung –it.
- Metallhydroxide werden benannt, indem an den deutschen Namen des Metalls die Endung –*hydroxid* angehängt wird. Bildet das Metall verschiedene Ionen, so wird an den Namen des Metalls in Klammern die Oxidationszahl in römischen Zahlen angefügt: $Fe(OH)_2$ Eisen(II)-hydroxid; $Mg(OH)_2$ Magnesiumhydroxid

Nr.	Trivialname	Formel	Systematischer Name	Formel des Säurerests	Name des Säurerests
1	Salzsäure	HCl	Chlorwasserstoffsäure	Cl^-	Chlorid
2	Flusssäure	HF	Fluorwasserstoffsäure	F^-	Fluorid
3	Chlorsäure	$HClO_3$	Chlorsäure(V)	ClO_3^-	Chlorat
4	Schweflige Säure	H_2SO_3	Schwefelsäure(IV)	SO_3^{2-}	Sulfit
5	Schwefelsäure	H_2SO_4	Schwefelsäure(VI)	SO_4^{2-}	Sulfat
6	Salpetrige Säure	HNO_2	Stickstoffsäure(III)	NO_2^-	Nitrit
7	Salpetersäure	HNO_3	Stickstoffsäure(V)	NO_3^-	Nitrat
8	Kohlensäure	H_2CO_3	Kohlenstoffsäure(IV)	CO_3^{2-}	Carbonat
9	Phosphorsäure	H_3PO_4	Phosphorsäure(V)	PO_4^{3-}	Phosphat

Fragen zum Textverständnis:

1. Welche charakteristischen Eigenschaften haben Säuren?
2. Welche charakteristischen Eigenschaften haben Basen?
3. Was versteht man unter einem Indikator?
4. Welchen pH-Wert haben Säuren bzw. Basen und wie färben Sie den Universalindikator?
5. Welche Teilchen sind nach der Theorie von Arrhenius charakteristisch für Säuren bzw. Basen?
6. Wie kann man Salzsäure herstellen?
7. Wie kann man Natronlauge herstellen?
8. Welche Teilchen reagieren bei der Neutralisation miteinander?
9. Welcher Stoff entsteht bei jeder Neutralisation?
10. Wie lautet die Formel von Schwefelsäure? Wie heißt der Säurerest?
11. Wie lauten der systematische Name und die Formel der Salpetersäure?